

Les techniques

de modulation COFDM





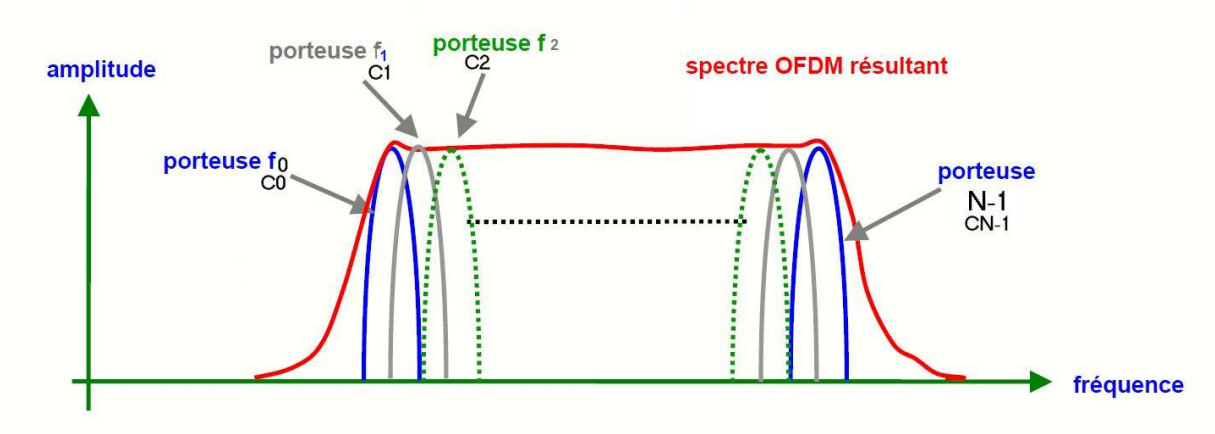
Les techniques de modulation COFDM

1) Présentation

Le COFDM (Multiplex par division de fréquence orthogonale) codée est un type de modulation particulièrement bien adapté aux besoins de la radiodiffusion par voie de Terre. Il s'accommode de niveaux élevés de propagation par trajets multiples et d'une gamme étendue de retards entre signaux reçus. Le COFDM a été choisi pour deux nouvelles normes de radiodiffusion : la DVB-T, WIMAX, 4G, WIFI. Cette modulation obtient des résultats exceptionnels en matière de trajets multiples et de brouillages.

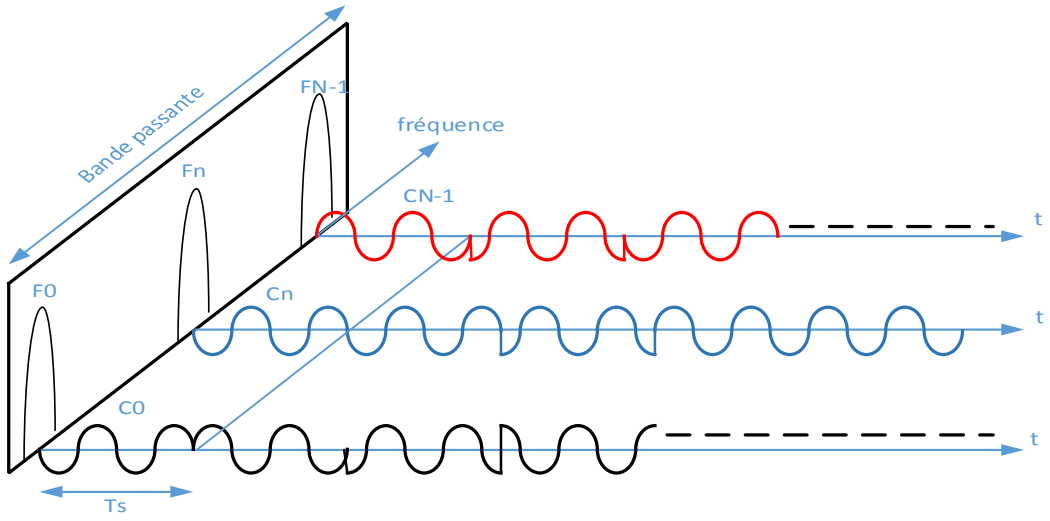
2) Principe

Les modulations multiporteuses OFDM consistent à répartir les symboles sur un grand nombre de porteuses à bas débit; A l'opposé des systèmes conventionnels qui transmettent les symboles sur une seule porteuse, chaque symbole occupant alors toute la bande passante disponible.



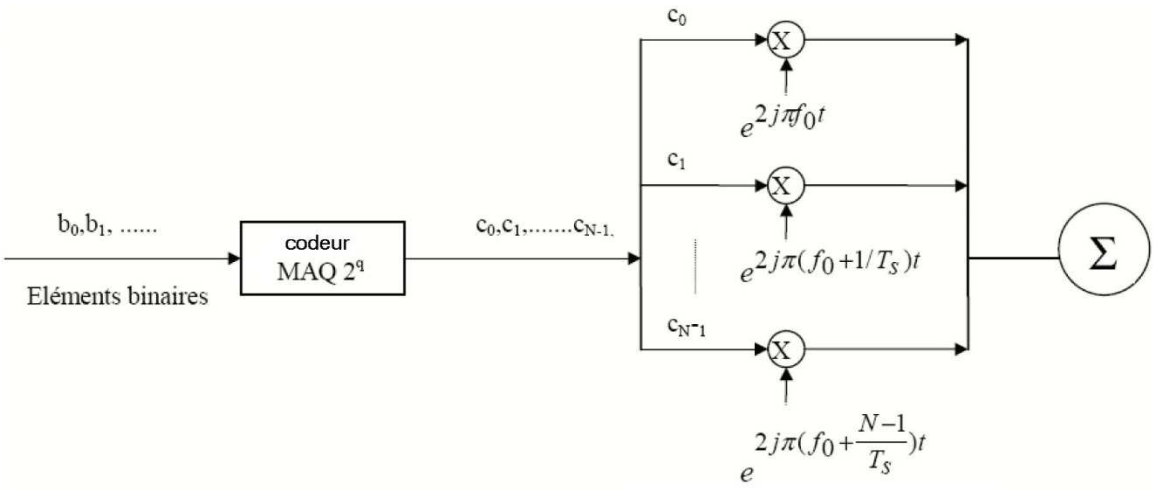
Ainsi dans le cas de l'OFDM pour un train de symboles initial de période *Tsi ;* les symboles seront repartis en N trains plus lents et auront alors une durée Ts = N· TSi

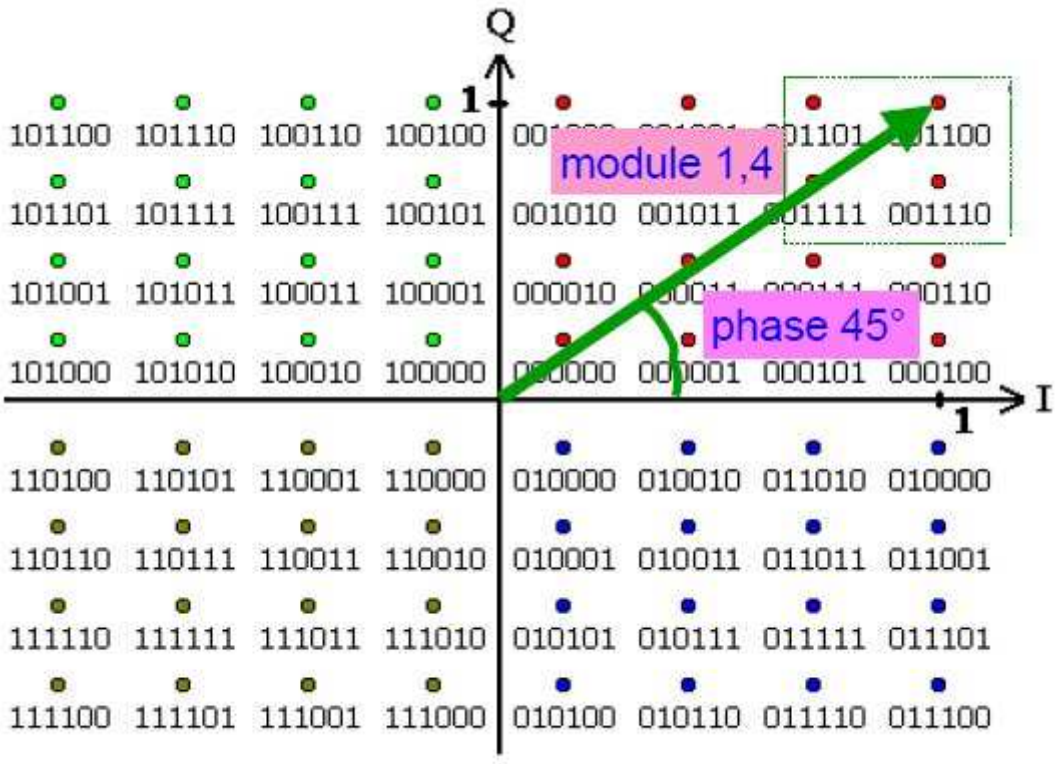
Cette diminution du rythme symbole entraine une diminution des interférences entre symbole d'un rapport N



3) Codage

On va répartir les données à transmettre sur N porteuses et créé N symboles ck différents. Les ck sont des nombres complexes définis à partir d'une séquence binaire par une constellation du type MAQ4, MAQ16, MAQ32, MAQ63. C'est le rôle du codeur binaire d'établir un symbole sur la constellation à partir d'une séquence binaire. Chaque symbole Ck modulera une porteuse :

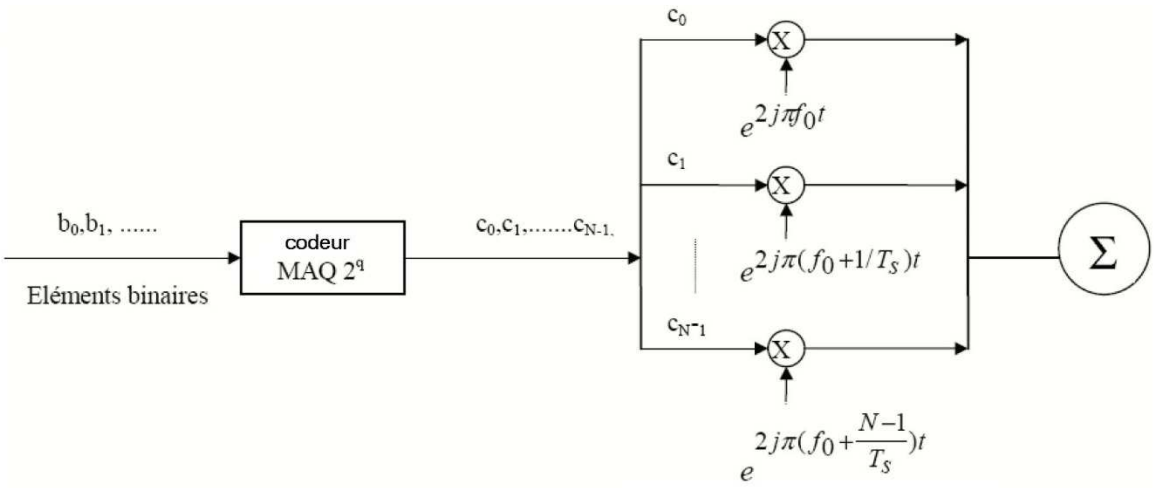




Pour le mot binaire 001100 la valeur du symbole MAQ CK codé sera :

$$Ck = 1.4 \times e^{j\times 45}$$

La séquence de N symboles c0, c1, …..CN-1 constitue un symbole OFDM



Considérons une séquence de N données c0, c1,....cN-1

$$Ck = ak + j \times bk$$

4) L'expression temporelle

Appelons TS la durée symbole c'est-à-dire le temps qui sépare 2 séquences de N données. Chaque donnée ck module un signal à la fréquence fk.

Le multiplexage est orthogonal si l'espace entre les fréquences est de 1/Ts.

$$s(t) = e^{j2\pi fot} \times \sum_{k=0}^{N-1} ck \times e^{\frac{2\times\pi\times j\times k\times t}{Ts}}$$

S(t) : Signal temporel de la COFDM

$$fk = f0 + \frac{k}{Ts}$$

Plus précisément les données numériques ck sont des nombres complexes définis à partir d'éléments binaires par une constellation (mapping) de modulation d'amplitude en quadrature MAQ à plusieurs états (4, 16, 64, de façon générale à 2q états). Ces données sont des symboles q-aires formés par groupement de q bits. On les appelle symboles numériques. Il ne faut pas les confondre avec le symbole OFDM qui est un regroupement de N symboles numériques su N porteuses.

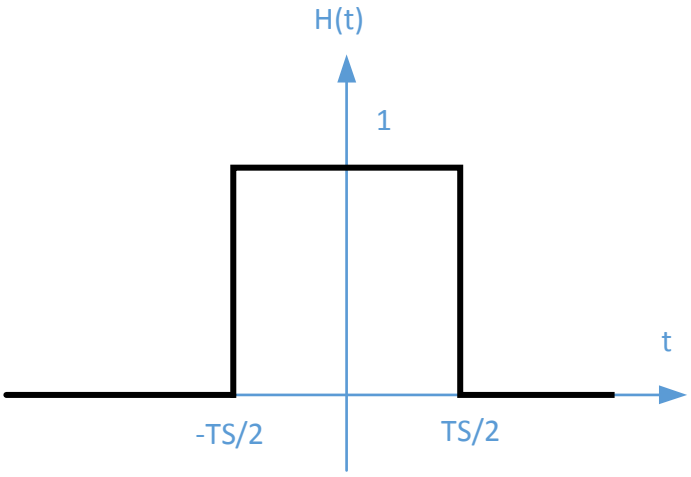
On peut déduire l'expression réelle du signal :

$$Si\ ck = ak + j \times bk$$

$$S(t) = R(s(t)) = R(e^{j2\pi fot} \times \sum_{k=0}^{N-1} (ak + jbk) \times e^{\frac{2\times\pi\times j\times k\times t}{Ts}}) \times h(t - k \times Ts)$$

Avec $h(t - k \times Ts)$ la fenêtre rectangulaire.

fo est la fréquence centrale des porteuses et $h(t - k \times Ts)$ la forme d'onde rectangulaire, La forme d'onde rectangulaire est due à l'échantillonnage subi par les différents symboles toutes les périodes symboles Ts



On a la transformée de fourrier de $h(t-k\times Ts)$:

$$F[h(t-k\times Ts)]=\frac{\mathrm{Ts}\times\sin(\pi\times TS\times f)}{(\pi\times TS\times f)}$$

$$S(t)=R\big(s(t)\big)=R[(ak+j\times bk)\sum_{k=0}^{N-1}\cos(2\times\pi\times(f0+\frac{k}{TS})\times t)+j\times\sin(2\times\pi\times t(f0+\frac{k}{TS})]\times h(t-KTS)$$

$$S(t)=R\big(s(t)\big)=\sum_{k=0}^{N-1}(\mathrm{ak}\times\cos\left(2\times\pi\times(f0+\frac{k}{TS})\times t\right)-bk\times\sin(2\times\pi\times t(f0+\frac{k}{TS}))\times h(t-k\times Ts)$$

$$S(t)=R\big(s(t)\big)=\sum_{k=0}^{N-1}(\mathrm{ak}/2\times(e^{2\times\pi\times j\times t\left(fo+\frac{k}{TS}\right)}+e^{-2\times\pi\times j\times t\left(fo+\frac{k}{TS}\right)})-bk/2j\times(e^{2\times\pi\times j\times t\left(fo+\frac{k}{TS}\right)}-e^{2\times\pi\times j\times t\left(fo+\frac{k}{TS}\right)}))\times h(t-k\times Ts)$$

5) L'expression fréquentielle

Soit S(f) le spectre de la modulation COFDM

$$S(f)=F\big(s(t)\big)=h(f)\times e^{-2\times\pi\times j\times f\times k\times Ts}\sum_{k=0}^{N-1}\left(ak/2\times((\delta(f-fo-\frac{K}{Ts}\right)+\delta(f+fo+\frac{K}{Ts}))\quad-bk/2j\times(\delta\left(f-f0-\frac{k}{Ts}\right)-\delta\left(f+f0+\frac{K}{Ts}\right))$$

$$S(f)=e^{-2\times\pi\times j\times f\times k\times Ts}\sum_{k=0}^{N-1}\left(ak/2\times((h(f-fo-\frac{K}{Ts}\right)+h(f+fo+\frac{K}{Ts}))\quad-bk/2j\times(h\left(f-f0-\frac{k}{Ts}\right)-h\left(f+f0+\frac{K}{Ts}\right))$$

En ne gardant que la partie positive du spectre

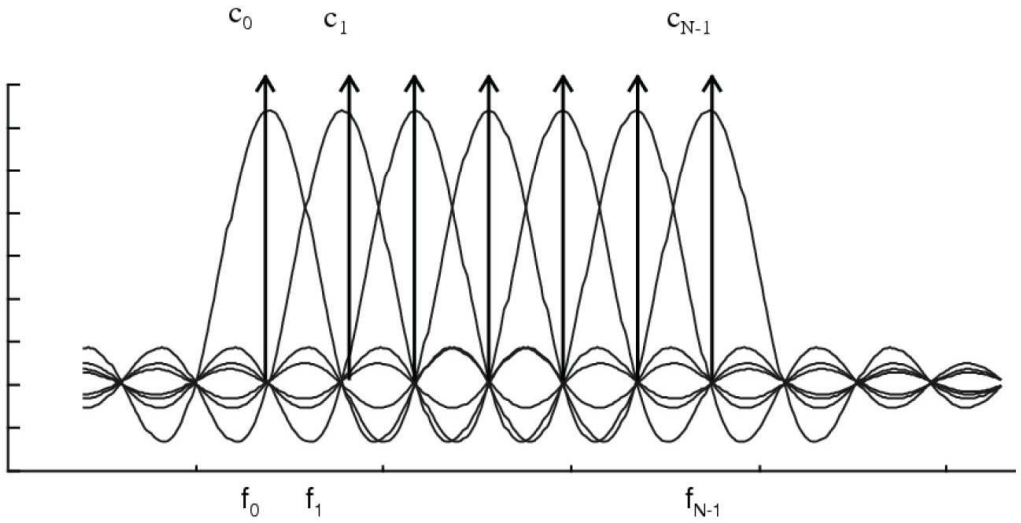
$$S(f)=e^{-2\times\pi\times j\times f\times k\times Ts}\sum_{k=0}^{N-1}\left(ak/2\times((h(f-fo-\frac{K}{Ts}\right))\quad-bk/2j\times(h\left(f-f0-\frac{k}{Ts}\right))$$

$$S(f)=e^{-2\times\pi\times j\times f\times k\times Ts}\sum_{k=0}^{N-1}\left((h(f-fo-\frac{K}{Ts}\right))\quad\times\frac{1}{2}(ak-\frac{bk}{j})$$

$$|S(f)|=\sum_{k=0}^{N-1}\left((h(f-fo-\frac{K}{Ts}\right))\quad\times\frac{1}{2}\sqrt{ak^2+bk^2}$$

$$|S(f)| = \sum_{k=0}^{N-1}\left(Ts \times \frac{\sin(\pi \times TS \times (f - fo - \frac{K}{TS})}{(\pi \times TS \times (f - f0 - \frac{K}{TS})}\right) \times \frac{1}{2}\sqrt{ak^2 + bk^2}$$

$$f_k = f_0 + \frac{k}{T_S}$$



Les fréquences sont orthogonales si l'espace entre deux fréquences adjacentes est 1/TS. En effet claque porteuse modulant un symbole pendant une fenêtre rectangulaire temporelle de durée Ts. son spectre en fréquence est un sinus cardinal, fonction qui s'annule tous les multiples 1/Ts. Ainsi, lorsque l'échantillonnage est effectué précisément à la fréquence f_K d'une sous-porteuse, il n'y a aucune interférence avec les autres sous-porteuses.

Reprenons l'expression suivante :

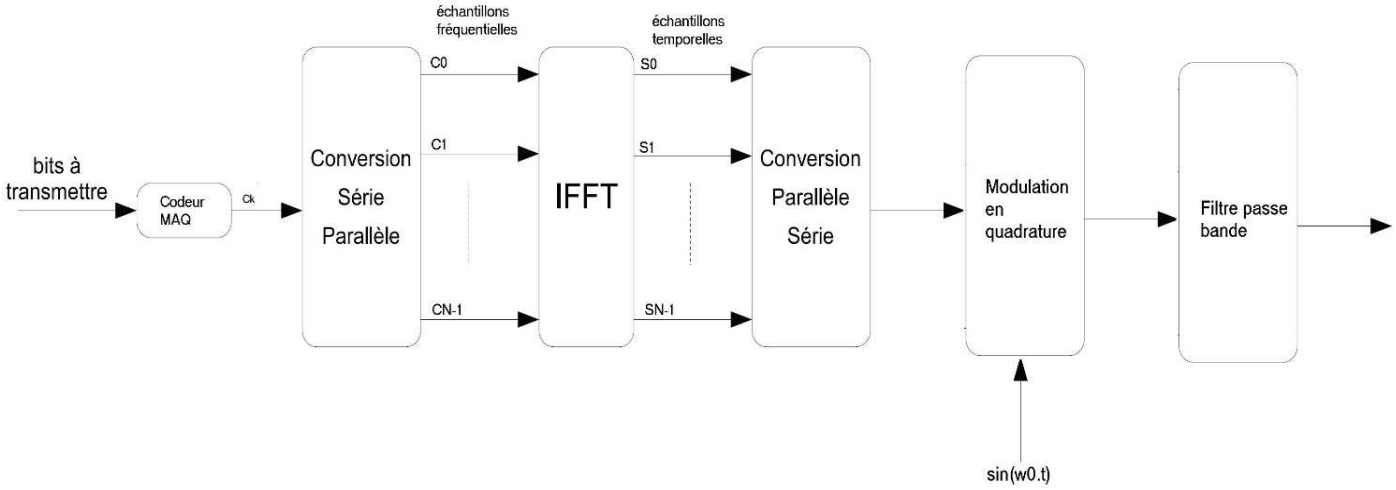
$$S(t) = R(s(t)) = R(e^{j2\pi fot} \times \sum_{k=0}^{N-1}(ak + jbk) \times e^{\frac{2\times\pi\times j\times k\times t}{Ts}}) \times h(t - k \times Ts)$$

6) La structure du codeur

On peut faire apparaitre dans l'expression précédente la transformée de fourrier inverse

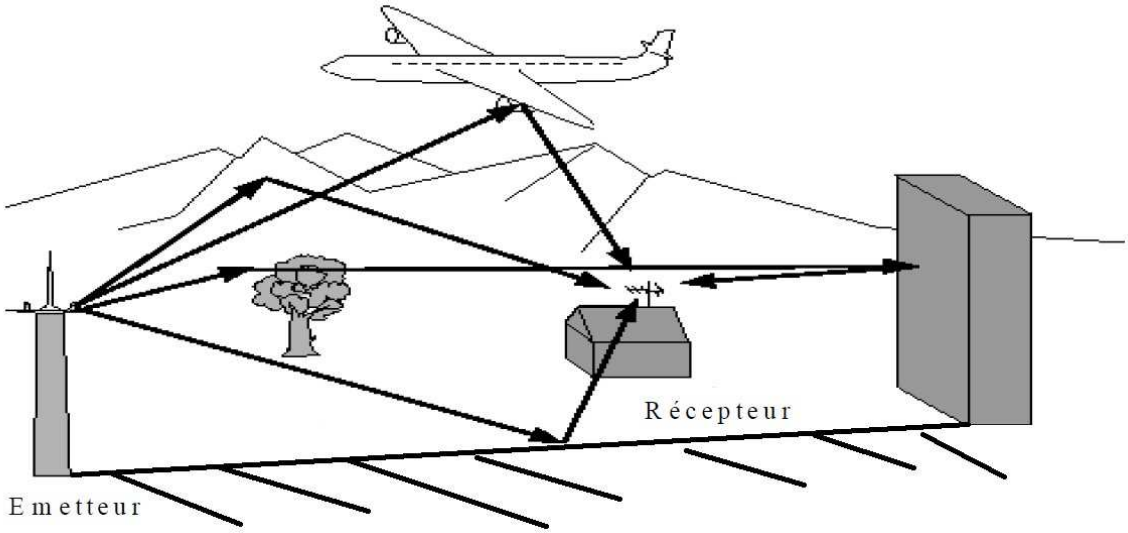
$$\sum_{k=0}^{N-1}(ak+jbk)\times e^{\frac{2\times\pi\times j\times k\times t}{Ts}}=\sum_{k=0}^{N-1}ck\times e^{\frac{2\times\pi\times j\times k\times t}{Ts}}$$

La structure du codeur COFDM est donnée ci-dessous

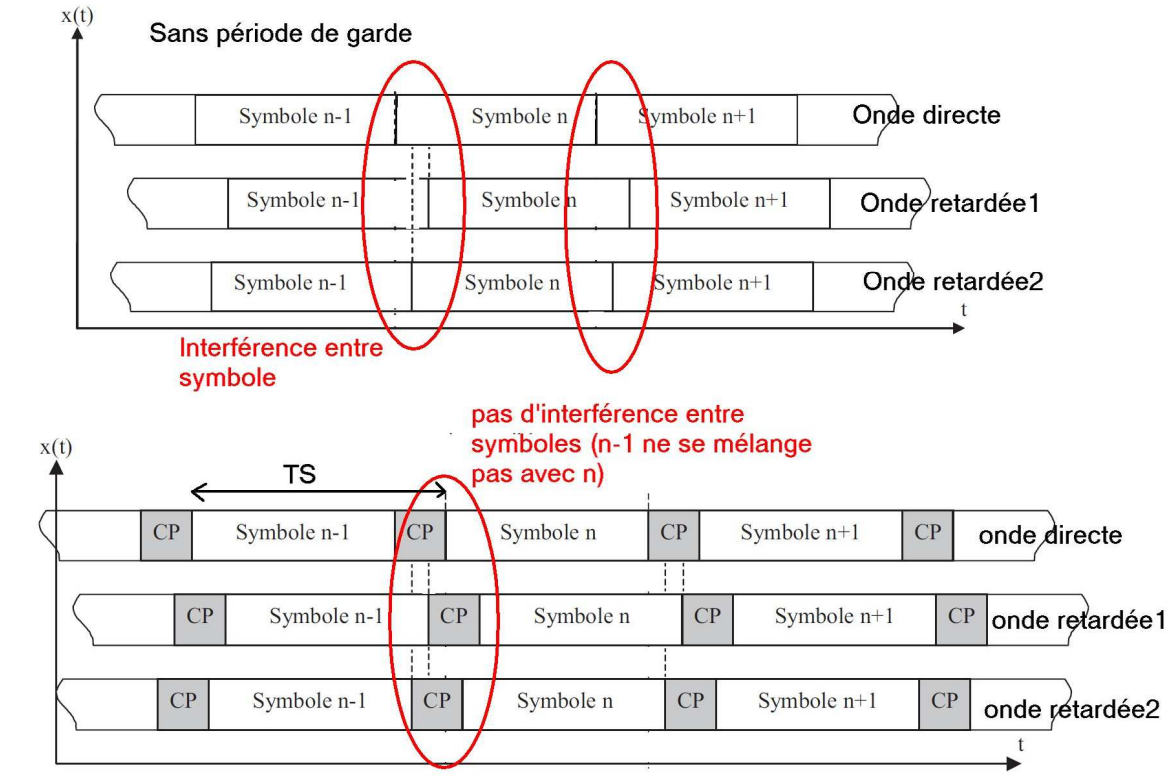


7) L'annulation de l'effet des échos

Du fait du trajet multiple que peut prendre une onde suite aux réflexions multiples, une antenne peut recevoir différents ondes retardés (échos) en même temps que l'onde directe.



Soit une fréquence porteuse parmi les N porteuses que l'on représente ci-dessous. Du fait des propagations multiples on observera sur l'aérien de l'antenne une onde directe et des ondes retardées. Si les symboles se suivent on observe de l'interférence entre symboles (le symbole n-1 se mélange avec le symbole n). Pour éviter l'interférence entre symbole on rajoute une période de garde CP entre symboles. La durée de la période de garde représente 1/4 à 1/32 de la période symbole TS.



CP: période de garde ou le signal n'est pas détecté

8) Quelques exemples de normalisation

La DVB-T

Paramètres	Mode de transmission							
Porteuses pour véhiculer le signal	Mode 2k (1705 porteuses)				Mode 8k (6817 porteuses)			
Durée symbole utilie Ts	224us				896us			
Durée intervalle de garde	56us	28us	14us	7us	224us	112us	56us	28us
Distance entre 2 émetteurs	17km	9km	4km	2km	67km	34km	17km	9km
Débit net (Mbits/s) 64-QAM 2/3	19,91	22,12	23,42	24,13	19,91	22,12	23,42	24,13